

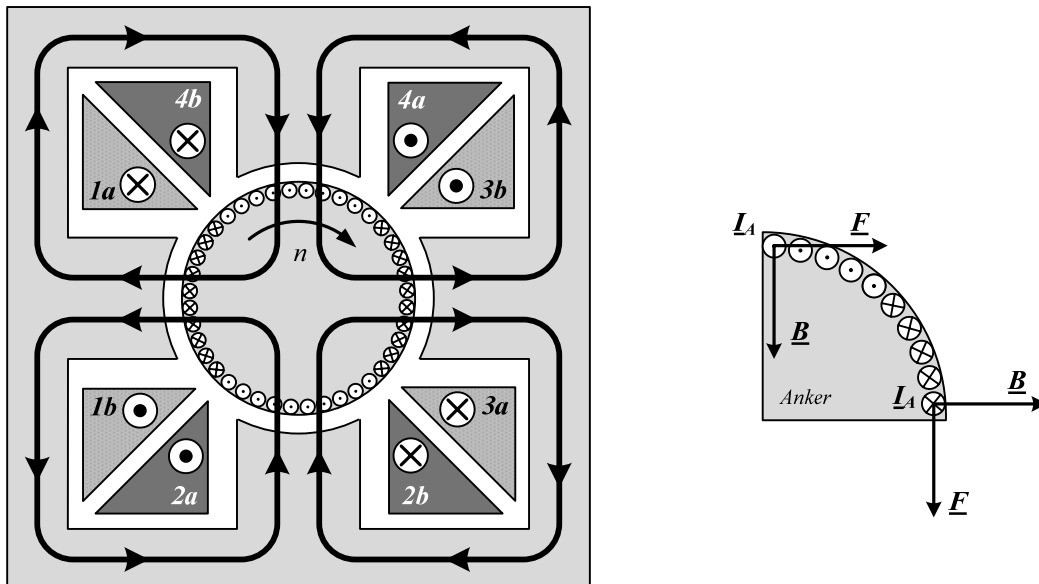
## Gleichstrommaschine

### Aufgabe 1

Aus der gewünschten Drehrichtung folgt zunächst die dazu notwendige Richtung der Kraftwirkung der Gleichstrommaschine (vgl. **Abb. 1**). Diese Kraftwirkung entspricht der auf einen stromdurchflossenen Leiter wirkenden Kraft

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) = I_A \cdot (\vec{L}_A \times \vec{B}_L).$$

Daraus folgt die dazu erforderliche Richtung des magnetischen Feldes im Luftspalt und zum Schluss mit Hilfe der Rechte-Hand-Regel (Rechtsschraubenregel) die Richtung der Ströme in den Erregerwicklung. Die Feldlinien verlaufen hauptsächlich im Eisenkreis.



**Abb. 1:** Verlauf der Feldlinien sowie Orientierung der Kräfte und Erregerströme.

### Aufgabe 2

Die pro Leiter benötigte Fläche  $A_L$  ergibt sich zu:

$$A_L = \frac{I_E}{J_E} = 1.5 \text{ mm}^2$$

Da der Wickelraum jeweils von zwei Erregerwicklungen belegt wird, steht für eine Wicklung nur die Hälfte der gesamten Wickelfläche

$$A_{E,tot} = h_E \cdot b_E$$

zur Verfügung. Unter Annahme einer vollständigen Ausfüllung des zur Verfügung stehenden Wickelraumes berechnet sich die Windungszahl der Erregerwicklung zu:

$$N_E = \frac{A_{E,tot} / 2}{A_L} = \frac{h_E \cdot b_E \cdot J_E}{2 \cdot I_E} = 432$$

In realen Motoren kann der Wickelraum wegen dem meist runden Drahtquerschnitt und der Drahtisolation nicht vollständig mit Kupfer ausgefüllt werden.

### Aufgabe 3

Aus Symmetriegründen kann zur Berechnung der magnetischen Flussdichte  $B_L$  im Luftspalt nur ein Viertel des Eisenkreises der Gleichstrommaschine betrachtet und das Durchflutungsgesetz

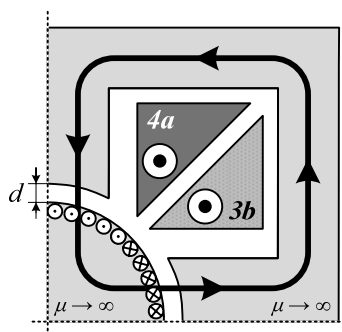
$$N \cdot I = \oint \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot dl$$

auf den in **Abb. 2** eingetragenen geschlossenen Weg angewendet werden. Da der Polschuh der Maschine doppelt so breit wie der Rückschluss ausgeführt ist, ist  $B$  entlang des ganzen Weges konstant. Wegen  $\mu \rightarrow \infty$  im Eisen konzentriert sich der magnetische Spannungsabfall  $B/\mu$  auf den Luftspalt. Mit einem gesamten Luftspalt von  $2 \cdot d = 3\text{mm}$  und einer totalen Durchflutung von  $2 \cdot N_E \cdot I_E$  folgt

$$2 \cdot N_E \cdot I_E = \frac{B_L}{\mu_0} \cdot 2d,$$

und damit für die magnetische Flussdichte im Luftspalt:

$$B_L = \frac{N_E \cdot I_E \cdot \mu_0}{d} = 0.8\text{T}$$



**Abb. 2:** Betrachteter Teil des Eisenkreises der Maschine zur Berechnung von  $B_L$ .

### Aufgabe 4

Auf einen Ankerleiter wirkt die Kraft

$$F = \left| I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \right| = I_A \cdot L_A \cdot B_L,$$

bzw. das Moment

$$M_L = \left| \vec{r} \times \vec{F} \right| = \frac{D_A}{2} \cdot I_A \cdot L_A \cdot B_L.$$

Mit der gesamten Anzahl  $N_A$  der Ankerleiter und der magnetischen Flussdichte im Luftspalt  $B_L$  (Aufgabe 3) folgt das Moment der Maschine zu

$$M = N_A \cdot M_L = N_A \cdot \frac{D_A}{2} \cdot I_A \cdot L_A \cdot B_L = 0.96 \text{ Nm},$$

und damit die bei  $n_N = 1500 \text{ U/min}$  abgegebene Leistung zu:

$$P_N = M \cdot \omega = M \cdot \frac{2\pi \cdot n_N}{60} = 150.8 \text{ W}$$

## Aufgabe 5

Bei Nenndrehzahl  $n_N$  beträgt die Geschwindigkeit am Ankerumfang, bzw. die Geschwindigkeit mit welcher sich ein Ankerleiter bewegt:

$$v_A = \left| \vec{\omega} \times \vec{r}_A \right| = 2\pi \cdot \frac{n_N}{60} \cdot \frac{D_A}{2}$$

In einem Ankerleiter wird daher die Spannung

$$U_L = B_L \cdot L_A \cdot v_A = B_L \cdot L_A \cdot 2\pi \cdot \frac{n_N}{60} \cdot \frac{D_A}{2}$$

und in einer Leitergruppe mit  $N_A/(2 \cdot p)$  Ankerleitern (Polpaarzahl  $p = 2$ ) die Spannung

$$U_A = \frac{N_A}{2 \cdot p} \cdot U_L = \frac{N_A}{2 \cdot p} \cdot B_L \cdot L_A \cdot 2\pi \cdot \frac{n_N}{60} \cdot \frac{D_A}{2} = 7.54 \text{ V}$$

induziert.

Alternativ zum Skript kann die Formel für die in einem Ankerleiter induzierten Spannung auch wie folgt hergeleitet werden: Auf eine Ladung, die im Magnetfeld bewegt wird, wirkt einerseits die Lorentzkraft

$$F_{\text{Lorentz}} = \left| q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \right|$$

und andererseits die elektrische Kraft (Spannung = Verschiebearbeit pro verschobene Ladung)

$$F_{\text{el}} = \frac{U}{l} \cdot q.$$

Daraus folgt:

$$U = B \cdot l \cdot v$$

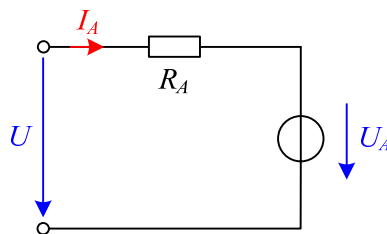
## Aufgabe 6

Bei Leerlauf gibt die Maschine kein Drehmoment ab, d.h. der Ankerstrom  $I_A$  ist Null (Aufgabe 4). Aus dem elektrischen Ersatzschaltbild des Ankerkreises (vgl. **Abb. 3**) folgt, dass in diesem Fall die Klemmenspannung  $U$  gleich der in den Ankerleitern induzierten Spannung  $U_A$  sein muss:

$$U = U_A = \frac{N_A}{2 \cdot p} \cdot B_L \cdot L_A \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{D_A}{2}$$

Daraus folgt die Leerlaufdrehzahl zu:

$$n_L = \frac{60 \cdot U \cdot 2 \cdot p}{\pi \cdot B_L \cdot L_A \cdot N_A \cdot D_A} = 1989 \text{U/min}$$



**Abb. 3:** Elektrische Ersatzschaltung des Ankerkreises.

Bei Belastung verursacht der Ankerstrom in den Ankerleitern (Widerstand  $R_A$ ) einen Spannungsabfall, wodurch die induzierte Spannung einen kleineren Wert annehmen muss:

$$U_A = U - R_A \cdot I_A = \frac{N_A}{2 \cdot p} \cdot B_L \cdot L_A \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{D_A}{2}$$

Dadurch sinkt die Drehzahl auf

$$n = \frac{60 \cdot (U - R_A \cdot I_A) \cdot 2 \cdot p}{\pi \cdot B_L \cdot L_A \cdot N_A \cdot D_A} = 1790 \text{U/min} .$$