DC/DC Konverter einer Trambremse

Aufgabe 1

Um die relativen Einschaltdauern zu berechnen, hilft es, zuerst das Übertragungsverhältnis U_2/U_1 formal in Abhängigkeit der Einschaltdauer auf zu stellen. Dies kann mit dem Prinzip des Spannungszeitflächengleichgewichts über der Induktivität erreicht werden:

Aufgrund des quasistationären Gleichgewichts gilt das Spannungszeitflächengleichgewicht über der Induktivität. Das Integral der Induktivitätsspannung über der Zeit ist also gerade null. Wäre dies nicht der Fall, dann würde sich der Mittelwert des Induktivitätsstroms I_L ändern und man wäre nicht mehr in einem quasistationären Gleichgewicht.

Allgemein gilt für die Spannung über der Induktivität: $u_L = L\frac{di_L}{dt}$

Die Spannung über der Induktivität U_L, wenn der Schalter geschlossen ist ($t=[0-t_{on}]$), beträgt:

$$U_L^{t=[0-t_{on}]} = U_1$$

In dieser Zeit steigt, durch die konstante Spannung über der Induktivität, i_L linear an.

Wenn hingegen der Schalter offen ist ($t=[t_{on}-T_p]$), gilt:

$$U_L^{t=[t_{on}-T_p]} = U_1 - U_2$$

Da U_2 grösser als U_1 ist (Hochsetzsteller), sinkt also i_L linear (U_1, U_2 konstant).

Um im quasistationären Gleichgewicht zu bleiben muss also diese Abnahme des Induktivitätsstromes gleich der Zunahme sein. Oder anders ausgedrückt durch das Spannungszeitflächengleichgewicht:

$$\int_0^{T_p} u_L dt = \int_0^{t_{on}} u_L dt + \int_{t_{on}}^{T_p} u_L dt = U_L^{t=[0-t_{on}]}\int_0^{t_{on}} dt + U_L^{t=[t_{on}-T_p]}\int_{t_{on}}^{T_p} dt = U_L^{t=[0-t_{on}]}t_{on} + U_L^{t=[t_{on}-T_p]}(T_P - t_{on}) = 0$$

$$\int_0^{T_p} u_L dt = U_L^{t=[0-t_{on}]}t_{on} + U_L^{t=[t_{on}-T_p]}(T_P - t_{on}) = U_1 t_{on} + (U_1 - U_2)(T_P - t_{on}) = 0$$

Die Einschaltdauer D gibt die relative Zeit an, bei welcher der Schalter geschlossen ist. Es gilt also:

$$t_{on} = DT_P \qquad t_{off} = (1-D)T_P$$

Damit und mit dem Spannungszeitflächengleichgewicht kann das allgemeine Spannungsübersetzungsverhältnis eines Hochsetzstellers berechnet werden:

$$U_1 t_{on} + (U_1 - U_2)(T_P - t_{on}) = U_1 DT_p + (U_1 - U_2)(1-D)T_P = 0$$

$$\Rightarrow U_1 D = -(U_1 - U_2)(1-D)$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{(1-D)}$$

Daraus lassen sich nun die relativen Einschaltdauern D_{360} und D_{420} berechnen:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1-D} \Rightarrow D = \frac{U_2 - U_1}{U_2} = 1 - \frac{U_1}{U_2}$$

Zum Berechnen des Mittelwerts I_1 des Eingangsstromes kann die Leistungserhaltung angeschaut werden. Unter Vernachlässigung der Verluste des Konverters stimmt nämlich die Leistung P_1 am Eingang des Konverters mit der Leistung P_2 am Ausgang überein:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 = P_2 = 100\text{kW}$$

Aus dieser Leistungsbilanz berechnet sich der Mittelwert des Eingangsstroms I_1 zu:

$$I_1 = \frac{P_2}{U_1}$$

Für die angegeben Werte folgen:

$$U_1 = 360\text{V}: \; D_{360} = 0.4, \; I_{1,360} = 277.8\text{A}$$

$$U_1 = 420\text{V}: \; D_{420} = 0.3, \; I_{1,420} = 238.1\text{A}$$

Aus der Leistungsbilanz und dem Spannungsübersetzungsverhältnis lässt sich übrigens auch das Stromübersetzungsverhältnis I_2 / I_1 des Hochsetzstellers berechnen:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = 1 - D$$

Aufgabe 2

Wie schon in Aufgabe 1 erklärt, führt ein Spannungsabfall über einer Induktivität zu einer Änderung des Stromes in der Induktivität:

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

Im Einschaltintervall $[0, D \cdot T_P]$ des Transistors T_1 gilt: $u_L = U_1$ = konst. Dadurch steigt der Eingangsstrom i_1 linear an:

$$\Delta i_{1,PP} = \Delta i_{L,PP} = \frac{U_1}{L} \cdot D \cdot T_P \text{ mit } T_P = \frac{1}{f_P} = 83.3\mu\text{s}$$

$$\Rightarrow \; i_{1,\max} = I_1 + \frac{\Delta i_{1,PP}}{2}, \text{ bzw. } i_{1,\min} = I_1 - \frac{\Delta i_{1,PP}}{2}$$

Für die angegeben Werte folgen:

$$\Delta i_{1,PP} = 59.976\text{A}, \; i_{1,\max} = 307.8\text{A}, \; i_{1,\min} = 247.8\text{A}$$

Im Sperrintervall $[D \cdot T_P, T_P]$ des Transistors T_1 beträgt der Spannungsabfall über der Induktivität: $u_L = U_1 - U_2$ = konst. Der Strom i_1 nimmt also wegen $U_2 > U_1$ linear ab! **Abb. 1** zeigt den Verlauf des Eingangsstromes i_1 für U_1 = 360V.

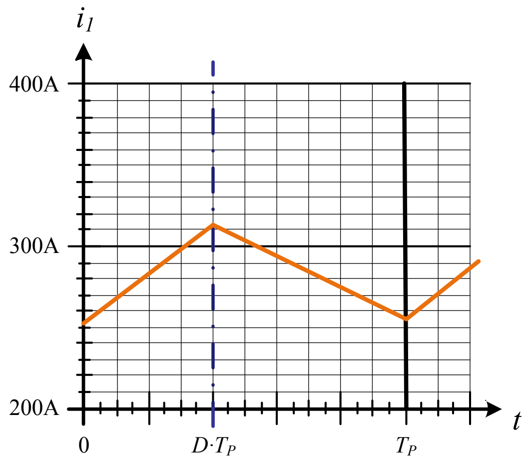

Abb. 1: Verlauf des Eingangsstromes i_1 für U_1 = 360V.

Da der Hochsetzsteller im quasistationären Betrieb arbeitet (d.h. $i_1(0) = i_1(T_P)$,), sind beide Schwankungsbreiten $\Delta I_{1,PP}$ vom Betrag gleich gross. - Ansonsten würde sich der Mittelwert I_1 des Eingangsstroms ändern und die Schaltung würde sich zuerst „einschwingen"!

$$\Delta i_{1,PP} = \Delta i_{L,PP} = \frac{U_1}{L} \cdot D \cdot T_P \equiv \frac{U_1 - U_2}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_P$$

Mit dem Spannungsübersetzungsverhältnis $U_1 = (1\text{-}D) \cdot U_2$ folgt:

$$\Delta i_{1,PP} = \frac{U_2}{L \cdot f_P} \cdot \left(D - D^2\right)$$

Die Bestimmung des Maximums $\Delta i_{1,PP}$ erfolgt durch Nullsetzen der Ableitung von $\Delta i_{1,PP}$ nach D:

$$\frac{d(\Delta i_{1,PP})}{dD} = \frac{U_2}{L \cdot f_P} \cdot (1 - 2 \cdot D) \equiv 0$$

Die schaltfrequente Schwankung $\Delta i_{1,PP}$ des Eingangsstroms i_1 wird bei konstanter Ausgangsspannung U_2 für D = 0.5 maximal und beträgt $\Delta i_{1,PP\,max}$ = 62.475A.

Die Schwankung kann vermindert werden durch Vergrösserung der Induktivität und der Frequenz, wie aus der formalen Lösung des Stromrippels ersichtlich.

Aufgabe 3

Die Diode D_2 ist im Sperrintervall $[D \cdot T_P,\ T_P]$ des Leistungstransistors T_1 im Leitzustand. Dadurch liegt an T_1 die (um die Flussspannung U_F der Ausgangsdiode D_2 erhöhte, vgl. Aufgabe 5) Ausgangsspannung U_2. Die Sperrspannungsbelastung $U_{T1,max}$ beträgt also 600V und ist also unabhängig von der Eingangsspannung U_1.

Für den Effektivwert I_{T1} des Stroms in T_1 gilt:

$$I_{T1} = \sqrt{\frac{1}{T_P}\int_o^{T_p} i_{T1}^2(t)\cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T_P}\int_o^{D\cdot T_p} i_{T1}^2(t)\cdot dt}$$

Unter der Annahme von $L \to \infty$ gilt: $i_{T1}(t) = I_1$ = konst. in $[0,\ D \cdot T_P]$. Daraus folgt:

$$I_{T1} \approx \sqrt{\frac{1}{T_P}\int_o^{D\cdot T_p} I_1^2\cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T_P} I_1^2 \cdot D \cdot T_P} = I_1 \cdot \sqrt{D}$$

D wird um so grösser, je kleiner die Eingangsspannung U_1 ist. Der Effektivwert von I_{T1} wird folglich für U_1 = 360V maximal:

$$I_{T1,\max} \approx I_{1,360} \cdot \sqrt{D_{360}} = 175.70\text{A}$$

Aufgabe 4

Der Verlauf des Diodenstroms i_D (vgl. **Abb. 2**) kann aufgrund folgender Überlegungen skizziert werden: Im Leitintervall $[0,\ D \cdot T_P]$ des Leistungstransistors T_1 ist $u_{T1} = 0 < U_2$. Damit sperrt die Diode D_2 und der Diodenstrom i_D ist gleich Null. Im Sperrintervall $[D \cdot T_P,\ T_P]$ des Leistungstransistors hingegen fliesst kein Strom durch T_1 und der Eingangsstrom $i_1 = i_L$ muss folglich durch die Diode fliessen (der Strom in einer Induktivität ist immer stetig).

Der Mittelwert I_D des Diodenstroms entspricht übrigens dem Mittelwert I_2 des Ausgangsstroms, da im quasistationären Betrieb der Mittelwert I_C des Kondensatorstromes Null ist ($i_D = i_2 + i_C$). Bei einem von Null abweichenden Wert von I_C ist Wert der Ausgangsspannung U_2 nach einer Taktperiode T_P nicht mehr derselbe wie zu Beginn: $u_2(0) \neq u_2(T_P)$.

Also es gilt:

$$I_C = 0$$

$$I_D = I_2 = I_1 \cdot (1 - D) = \frac{P_2}{U_2} = 166.67\text{A}$$

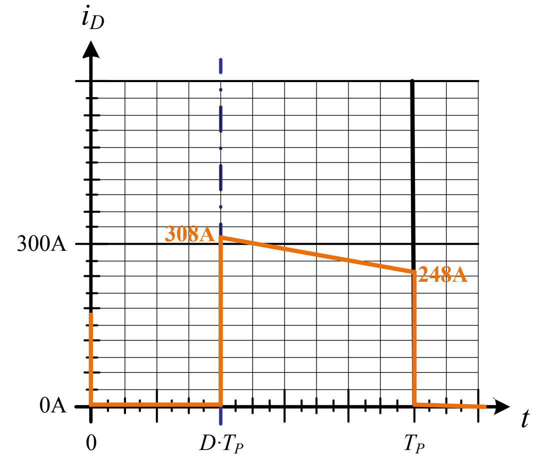

Abb. 2: Verlauf des Diodenstroms i_D für den Betrieb bei $U_1 = 360$V.

Die Schwankungsbreite $\Delta U_{2,PP}$ = 20V der Ausgangsspannung kann über die Ladungsänderung ΔQ des Kondensators C_2 im Leitintervall [0, $D \cdot T_P$] des Leistungstransistors berechnet werden: Während dieser Zeit wird kein Strom von der Quelle U_1 zum Ausgang geliefert (die Diode sperrt ja) und der gesamte, annähernd konstante Laststrom I_2 kommt aus dem Kondensator. Dabei entlädt sich der Kondensator und die Ausgangsspannung wird kleiner.

$$\Delta U_{2,PP} = \frac{\Delta Q}{C_2} = \frac{I_2 \cdot D_{360} \cdot T_P}{C_2} \equiv 2 \cdot \Delta u_2 = 20\text{V}$$

Daraus folgt die (Mindest)Grösse des Kondensators C_2 zu:

$$C_2 = \frac{I_2 \cdot D_{360}}{2 \cdot \Delta u_2 \cdot f_P} = 277.77\mu\text{F}$$

Aufgabe 5

Bei der Berechnung der Verlustleistung P_{VD} der Diode D_2 wird die Kennlinie im Durchlassbereich (derjenige Teil der Kennlinie, in welchem die Diode im Leitzustand ist) gemäss **Abb. 5** idealisiert:

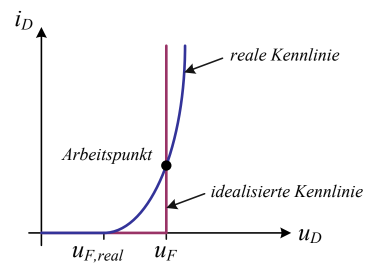

Abb. 5: Reale und idealisierte Kennlinie der Diode im Durchlassbereich.

Der Mittelwert des Stroms durch die Diode ist, da $I_C = 0$: $I_D = I_2$

Daraus berechnet sich der Mittelwert P_V der Verlustleistung zu:

$$P_{VD} = \frac{1}{T_P}\int_0^{T_P} u_D(t) \cdot i_D(t) \cdot dt = \frac{1}{T_P}\int_{D \cdot T_P}^{T_P} u_D(t) \cdot i_D(t) \cdot dt = U_F \cdot \frac{1}{T_P}\int_{D \cdot T_P}^{T_P} i_D(t) \cdot dt = U_F \cdot I_D = 183.33\text{W}$$