Aufgabe 1

Aus $U_w = 0$ sowie dass aufgrund der negativen Verstärkung die Differenzspannung zwischen positivem und negativem Eingang auch 0V beträgt, folgt die Maschengleichung:

$$U_x = R_2 I_{R_2}$$

Aus dieser Maschengleichung kann R_2 bestimmt werden.

$$R_2 = \frac{U_x}{I_{R_2}} = \frac{7V}{7mA} = 1k\Omega \tag{1}$$

Aufgabe 2

Sowohl für den positiven als auch für den negativen Eingangszweig des OPV ergibt sich ein Spannungsteiler. (U_P und U_N bezeichnet im folgenden die Spannungen an den jeweiligen OPV-Eingängen.)

$$\frac{U_w}{U_P} = \frac{R_2 + R_1}{R_1}, \tag{2a}$$

$$\frac{U_x - U_{w-x}}{U_N - U_{w-x}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1}. \tag{2b}$$

Daraus folgt:

$$U_P = U_w \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}, \tag{3a}$$

$$U_N = (U_x - U_{w-x}) \frac{R_1}{R_2 + R_1} + U_{w-x}. \tag{3b}$$

Unter der Annahme, dass die Differenzspannung 0V beträgt gilt $U_P = U_N$, und somit

$$\begin{aligned} U_w \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1} &= (U_x - U_{w-x}) \frac{R_1}{R_2 + R_1} + U_{w-x}, \\ U_w \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1} &= (U_x - U_{w-x}) \frac{R_1}{R_2 + R_1} + U_{w-x}, \\ (U_w - U_x) \cdot \frac{R_1}{R_2} &= U_{w-x}. \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Zahlenwerte ergibt sich somit für $R_1 = 1\Omega$.
Alternativ kann diese Aufgabe auch mit Superposition gelöst werden:

$$U_{w-x} = U_{w-x}^{U_w=0} + U_{w-x}^{U_x=0} \tag{4}$$

Aufgabe 3

Folgende Beziehungen ergeben sich aus Knoten und Maschengleichungen:

$$i_3 + i_N = 0, \tag{5a}$$
$$i_{R_3} + i_{C_3} = i_3, \tag{5b}$$
$$U_{w-x} - U_3 = 0, \tag{5c}$$
$$U_y - U_N = 0. \tag{5d}$$

Weiters kann der Strom durch einen Kondensator C mit $i_c = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$ angegeben werden, und es gilt:

$$i_{R_3} = \frac{U_{w-x}}{R_3}, \tag{6a}$$
$$i_{C_3} = C_3 \cdot \underbrace{\frac{dU_{w-x}}{dt}}_{\dot{U_{w-x}}}, \tag{6b}$$
$$i_3 = \frac{U_{w-x}}{R_3} + C_3 \cdot \dot{U_{w-x}}. \tag{6c}$$

Unter Anwendung von (5d) gilt:

$$U_y = i_N \cdot R_N + \frac{1}{C_N}\int_0^T i_N dt,$$
$$U_y = -[R_N \cdot (\frac{U_{w-x}}{R_3}) + C_3 \cdot \dot{U_{w-x}}] + \frac{1}{C_N}\int_0^T -[\frac{U_{w-x}}{R_3} + C_3 \cdot \dot{U_{w-x}}]dt,$$

womit nach einigen Umformungen und der Annahme dass $U_y(0) = 0$ ist, angeschrieben werden kann:

$$U_y(t) = -(\frac{R_N}{R_3} + \frac{C_3}{C_N}) \cdot U_{w-x}(t) - \frac{1}{R_3 \cdot C_N}\int_0^T U_{w-x}(t)dt - R_N \cdot C_3 \cdot \dot{U_{w-x}}(t). \tag{7}$$

Aufgabe 4

$R_N = 800k\Omega$, $C_N = 20nF$ und $R_3 = 10k\Omega$ und der Regler wird mit einer konstanten Spannung $U_{w-x} = 5mV$ versorgt, wobei $U_{w-x}(t < 0) = 0V$. Somit kann für die Berechnung der Verstärkung zum Zeitpunkt t=0, bezüglich (7) angenommen werden dass:

- $R_N \cdot C_3 \cdot \dot{U_{w-x}}(t) = 0$, und
- $\frac{1}{R_3 \cdot C_N}\int_0^T U_{w-x}(t)dt = 0$.

Somit gilt

$$-100 = -(\frac{800k\Omega}{10k\Omega} + \frac{C_3}{20nF}),$$

und $C_3 = 400nF$.

Aufgabe 5

Für die Übertragungsfunktion gilt,

$$Z_1(s) = \frac{R_3 \frac{1}{sC_3}}{R_3 + \frac{1}{sC_3}}, \tag{8a}$$

$$Z_2(s) = R_N + \frac{1}{sC_N}, \tag{8b}$$

und $\frac{U_y}{U_{w-x}} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$. Somit kann nach mehrmaliger Umformung angeschrieben werden:

$$-\frac{U_y}{U_{w-x}} = (\frac{R_N}{R_3} + \frac{C_3}{C_N}) + (sR_NC_3 + \frac{1}{sR_3C_N}). \tag{9}$$

Hinsichtlich der Verstärkung kann somit ausgesagt werden, dass sie (unter Berücksichtigung der gegebenen Bauteilwerte) nur bei einer Frequenz von 19,8 Hz den gewünschten Wert besitzt (auch zu sehen an Abbildung (1)).

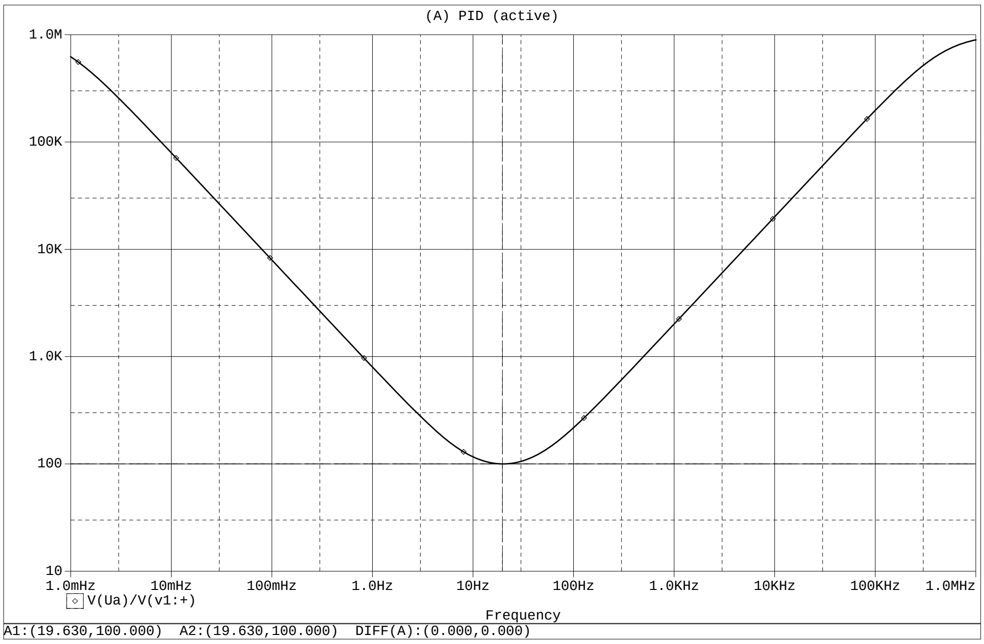

Figure 1: Frequenzgang des PID-Reglers mit logarithmischer Skalierung